

基于矩阵法及联合对角化的 2D DOA 估计

张海强^{1,2}, 苏卫民¹, 顾红¹, 胡学龙²

(1. 南京理工大学 电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210049;

2. 扬州大学 信息工程学院, 江苏 扬州 225127)

摘要: 当一个或者 2 个正交方向存在相同的空间相位因子时, 常规的波达角估计算法无法进行有效的 DOA 估计并导致估计性能下降。在 DOA 矩阵法的基础上, 采用了联合对角化技术实现二维波达方向(2D DOA)估计。该方法不但能够实现估计值的自动配对, 而且能够更有效地克服现有算法中由于出现相同空间相位因子而导致估计性能下降等问题。仿真实验证明了该方法的有效性。

关键词: 阵列信号; 孔径扩展; 波达方向; 自动配对

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2013)09-0061-07

2D DOA estimation based on matrix method and joint diagonalization technique

ZHANG Hai-qiang^{1,2}, SU Wei-min¹, GU Hong¹, HU Xue-long²

(1. School of Electronic Engineering and Optoelectronic Techniques, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210049, China;

2. School of Information Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225127, China)

Abstract: When space phase factors are the same in one direction or two orthogonal directions, the conventional direction-of-arrival methods cannot estimate DOA effectly, resulting in performance degradation. Therefore, joint diagonalization technique was utilized to estimate two-dimensional (2D) DOA on the basis of DOA matrix method. This technique can not only achieve automatic pairing of estimated DOA, but also effectively resolve the performance degradation when the space phase factors are the same. The simulation results show the effectiveness of the technique.

Key words: array signal; extended-aperture; direction-of-arrival; automatic pairing

1 引言

电磁矢量传感器由 6 个位置相同极化不同的正交天线组成, 能够完全感应入射波信号的 6 个电磁分量, 比标量传感器具有更为优越的信息获取能力。因此, 与标量传感器阵列相比, 由电磁矢量传感器组成的阵列及其信号处理具有许多新的特点和性能优势, 在最近 20 年已获得广泛研究^[1~6]。这其中, 文献[1]建立了电磁矢量传感器阵列的信号接收模型, 并首次把矢量叉积引入到 DOA 估计中。文献[4]研究了一种基于电磁矢量传感器稀疏矩形

阵列的 2D DOA 估计算法, 它利用电磁矢量传感器的矢量信息获得低精度无模糊的 2D DOA 估计, 利用空间相位因子获得高精度模糊的 2D DOA 估计, 然后以前者为参考解后者的周期性模糊, 从而获得高精度无模糊的角度估计。在文献[4]的基础上, 文献[5]提出了一种能改进解模糊精度的解模糊算法。文献[6]发展了一种无需已知传感器位置的孔径扩展 ESPRIT 算法(EA-ESPRIT)。这些算法通过扩大阵元间距来扩大阵列孔径, 并且利用与阵列结构无关的矢量特性来消除或避免测向模糊, 从而在无需增加相应的硬件开销的情况下提高测向精度。然而, 当某一个方向轴出

收稿日期: 2012-05-19; 修回日期: 2013-05-02

基金项目: 江苏省第七批六大人才高峰高层次人才基金资助项目(电子信息业(DZXX-149))

Foundation Item: Jiangsu Province 7th Summit Talents' Project in "Six Main Industries" (Electronic Information Industry, (DZXX-149))

现相同的空间相位因子 $z_{u,k} = \exp(j2p\Delta u_k/l)$ 和 $z_{v,k} = \exp(j2p\Delta v_k/l)$ (其中 Δu_k 和 Δv_k 分别为 x 和 y 轴的方向余弦 $u_k = \sin q_k \cos j_k$ 和 $v_k = \sin q_k \sin j_k$ 的变化量, λ 为信号波长) 时, 这些算法中对应的矩阵束有相同的特征值, 从而相应的特征矢量无法用来进行参数配对和去模糊处理。这种情况只发生在一个方向轴时, 这些算法利用另一个正交方向矩阵束的特征矢量来克服上述问题, 但前提是必须先知道哪个方向会出现这种情况。当一个方向存在相同的空间相位因子, 或者当 2 个正交方向同时存在这种情况时, 上述算法将无法得到有效的 DOA 估计, 导致估计性能下降, 甚至失败。

为了克服这个问题 本文在 DOA 矩阵法(matrix method)^[7-9]的基础上提出另一种 DOA 估计算法。本算法首先采用白化降维处理来降低互相关矩阵的维数, 减小了计算复杂度; 然后, 利用联合对角化技术^[10-13]估计阵列的导向矢量; 最后基于向量叉积获得 2D DOA 估计。与现有算法相比, 本文算法能够实现方位角和俯仰角的自动配置, 有效地解决因相同空间相位因子而导致估计性能下降的问题。仿真结果证明了本文算法的有效性。

2 阵列结构和信号接收模型

假设 K 个窄带远场源非相干信号 $s_k(t)(k=1, 2, \dots, K)$ 入射到如图 1 所示的电磁矢量传感器阵列, 该阵列包含 L 行 M 列, 共 $ML-1$ 个电磁矢量传感器, 阵元间隔 $D_x = \lambda/2$ 和 $D_y = \lambda/2$ 。把整个阵列分成 3 个重叠子阵列(X_1 、 X_2 和 X_3), 每个子阵列包含 $(M-1)(L-1)$ 个阵元, 如图 1 所示。若以第一个阵元为参考点, 那么 3 个子阵在 t 时刻对应的输出信号分别为

$$\begin{aligned} X_1(t) &= \sum_{k=1}^K a(q_k, j_k, g_k, h_k) s_k(t) + n_1(t) \\ &= As(t) + n_1(t) \end{aligned} \quad (1)$$

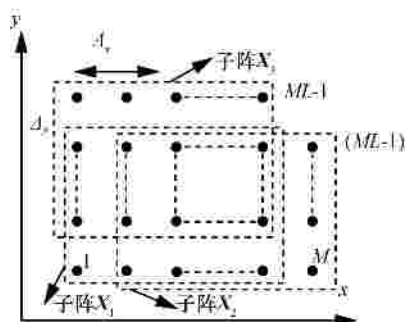


图 1 阵列结构

$$X_2(t) = AF_u s(t) + n_2(t) \quad (2)$$

$$X_3(t) = AF_v s(t) + n_3(t) \quad (3)$$

其中, $n_1(t)$ 、 $n_2(t)$ 和 $n_3(t)$ 分别为 3 个子阵的加性白 Gauss 噪声向量, 且

$$s(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T \quad (4)$$

$$F_u = \begin{bmatrix} e^{j2p\Delta u_1/l} & & \\ & \circ & \\ & & e^{j2p\Delta u_K/l} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$F_v = \begin{bmatrix} e^{j2p\Delta v_1/l} & & \\ & \circ & \\ & & e^{j2p\Delta v_K/l} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$A = [a(q_1, j_1, g_1, h_1), a(q_2, j_2, g_2, h_2), \dots, a(q_K, j_K, g_K, h_K)] \quad (7)$$

$$a(q_k, j_k, g_k, h_k) = q(u_k) \otimes q(v_k) \otimes c(j_k, q_k, g_k, h_k) \quad (8)$$

$$q(u_k) = [1, e^{j2p\Delta u_k/l}, \dots, e^{j2p(M-2)\Delta u_k/l}]^T \quad (9)$$

$$q(v_k) = [1, e^{j2p\Delta v_k/l}, \dots, e^{j2p(L-2)\Delta v_k/l}]^T \quad (10)$$

而 $c(j_k, q_k, g_k, h_k)$ 为电磁矢量传感器的导向矢量, 考虑采用完备的电磁矢量传感器, 其中 j_k 和 q_k 分别表示第 k 个入射波信号的方位角和仰角, g_k 和 h_k 分别表示其极化参数(极化辐角和极化相位差)。进一步假设矩阵 A 是满秩的, 各传感器的测量噪声及入射波信号均彼此不相关, 并且信源数 K 已知。

3 DOA 矩阵法

根据式(1)以及三偶极子可得子阵 X_1 接收数据的自相关矩阵为

$$R_1 = E\{x_1(t)x_1^H(t)\} = AR_s A^H + s^{-2} I_{6(M-1)(L-1)} \quad (11)$$

其中, $R_s = E\{s(t)s^H(t)\}$ 为信号源的协方差矩阵, s^{-2} 为噪声方差。另外, 根据式(2)和式(3), 子阵 X_2 、子阵 X_3 与子阵 X_1 接收数据的互相关矩阵分别为

$$R_{21} = E\{x_2(t)x_1^H(t)\} = AF_u R_s A^H + s^{-2} ?_u \quad (12)$$

$$R_{31} = E\{x_3(t)x_1^H(t)\} = AF_v R_s A^H + s^{-2} ?_v \quad (13)$$

其中

$$?_u = \mathcal{I}_{M-1} \otimes \mathcal{I}_{6(L-1)} \quad (14)$$

$$?_v = \mathcal{I}_{M-1} \otimes \mathcal{I}_{L-1} \otimes \mathcal{I}_6 \quad (15)$$

并且

$$R_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & O & 0 \\ M & M & M & L & 1 \\ 0 & 0 & 0 & L & 0 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (16)$$

对矩阵 R_1 进行特征值分解, 令 l_1, l_2, \dots, l_K 为 R_1 的最大 K 个特征值, 对应的特征矢量分别为 $?_1, ?_2, \dots, ?_K$ 。在白噪声的假设下, 噪声的方差 s^2 可以由矩阵 R_1 的 $6(M-1)(L-1) - K$ 个最小特征值的平均估计得到。这样, 可以得到式 (17)~式(19)对应的无噪声项的相关矩阵

$$B_1 = R_1 - s^2 I_{6(M-1)(L-1)} = AR_s A^H \quad (17)$$

$$B_{21} = R_{21} - s^2 ?_u = AF_u R_s A^H \quad (18)$$

$$B_{31} = R_{31} - s^2 ?_v = AF_v R_s A^H \quad (19)$$

利用式(17)~式(19), 可以通过一种 DOA 矩阵法(matrix method)得到信号源 DOA 估计。具体地, 定义 DOA 矩阵

$$C_u = B_{21} B_1^\dagger \quad (20)$$

$$C_v = B_{31} B_1^\dagger \quad (21)$$

其中, \dagger 为伪逆矩阵。

根据文献[8], 可通过分别对矩阵 C_u 和 C_v 进行特征值分解, 利用得到的特征值和特征矢量可推导信号源的 DOA 估计。然而, 这种 DOA 矩阵法需要参数配对, 且对角矩阵 F_u 和 F_v 均不能存在相同的对角元素, 否则会导致参数配对或估计失败。因此, 当 x 或 y 轴方向出现相同的空间相位因子时, DOA 矩阵法与 EA-ESPRIT 算法一样, 无法进行信号的 DOA 估计。

4 联合对角化 DOA 估计算法

本节利用联合对角化技术解决上述算法所存在的问题。为此, 分3个步骤实现, 即白化降维处理、联合对角化以及 DOA 估计。

4.1 白化降维处理

首先, 对式(1)重写为

$$X_1(t) = \sum_{k=1}^K \frac{a(q_k, j_k, g_k, h_k)}{e_k} e_k s_k(t) + n_1(t) \quad (22)$$

其中, e_k 为复数因子。上式的目的是可以把第 k 个信号源的幅度归入 $a(q_k, j_k, g_k, h_k)$ 中, 这种归一化处理将简化下面的推导, 但不影响算法的估计性能。从而可以假

设信号源的协方差矩阵 $R_s = E\{s(t)s^H(t)\} = I_K$ 。

利用矩阵 R_1 特征值分解得到的特征值和对应的特征矢量, 可以构造白化矩阵 W

$$W = [(l_1 - s^2)^{-1/2} ?_1, L, (l_K - s^2)^{-1/2} ?_K]^H \\ = \begin{bmatrix} l_1 - s^2 & & & \\ & O & & \\ & & l_K - s^2 & \\ & & & \end{bmatrix}^{-1/2} [?_1, L, ?_K]^H \quad (23)$$

因为对矩阵 R_1 进行特征值分解

$$R_1 = [?_1, L, ?_K, ?_{K+1}, L, ?_{(M-1)(L-1)6}] \cdot \begin{bmatrix} l_1 & & & & & \\ & O & & & & \\ & & l_K & & & \\ & & & l_{K+1} & & \\ & & & & O & \\ & & & & & l_{(M-1)(L-1)6} \end{bmatrix} \cdot [?_1, L, ?_K, ?_{K+1}, L, ?_{(M-1)(L-1)6}]^H \\ = [?_1, L, ?_K] \begin{bmatrix} l_1 & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & l_K \end{bmatrix} [?_1, L, ?_K]^H$$

其中, $l_k = 0, k = K + 1, L, (M-1)(L-1)6$

因此

$$B_1 = R_1 - s^2 I_{6(M-1)(L-1)} = AR_s A^H = AA^H \\ = [?_1, L, ?_K] \begin{bmatrix} l_1 - s^2 & & & \\ & O & & \\ & & & \\ & & & l_K - s^2 \end{bmatrix} [?_1, L, ?_K]^H$$

因此, 通过矩阵 W 可对 $6(M-1)(L-1) \times 6(M-1)(L-1)$ 维矩阵 B_1 进行白化降维处理, 使其转化为一个 $K \times K$ 维的单位阵

$$WB_1W^H = WAA^H W^H = UU^H = I_K \quad (24)$$

其中,

$$U = WA \quad (25)$$

表示一个酉矩阵。

由于通过矩阵 A 可以推导出信号源的 DOA 估计, 而式(25)表明, 确定一个 $6(M-1)(L-1) \times K$ 维的矩阵 A 可转变为确定一个 $K \times K$ 酉矩阵 U , 由于矩阵 U 的维数比 A 低, 因此降低了计算量。

类似式 (25), 分别对矩阵 B_{21} 和 B_{31} 降维处理, 得到

$$\mathbf{z}_u = \mathbf{W}\mathbf{B}_{21}\mathbf{W}^H = \mathbf{U}\mathbf{F}_u\mathbf{U}^H \quad (26)$$

$$\mathbf{z}_v = \mathbf{W}\mathbf{B}_{31}\mathbf{W}^H = \mathbf{U}\mathbf{F}_v\mathbf{U}^H \quad (27)$$

从式(26)和式(27)可以看出,酉矩阵 \mathbf{U} 使得矩阵 \mathbf{z}_u 和 \mathbf{z}_v 同时被对角化。

4.2 联合对角化

在这一节,对联合对角化器 \mathbf{U} 进行估计。先引用文献[13~17]给出有关 2 个矩阵本质相等的定义以及联合对角化的本质唯一条件。

定义 1 若矩阵 \mathbf{G} 和 \mathbf{H} 满足 $\mathbf{G} = \mathbf{H}\mathbf{M}$, 其中矩阵 \mathbf{M} 的每一行和每一列只有一个非零元素,且模为 1, 那么称矩阵 \mathbf{G} 和 \mathbf{H} 本质相等, 记为 $\mathbf{G} \sim \mathbf{H}$ 。

命题 1 令 $\mathcal{P} = \{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_J\}$ 为 J 个矩阵的集合, 每一个矩阵 \mathbf{P}_j 都可表示为 $\mathbf{U}\mathbf{F}_j\mathbf{U}^H$ 的形式, \mathbf{U} 是一个酉矩阵。那么当且仅当

$$\forall 1 \leq m \neq n \leq K, \exists j, \quad j = 1, 2, \dots, J, \quad f_{jm} \neq f_{jn} \quad (28)$$

矩阵集合 \mathcal{P} 的任何一个联合对角化器与 \mathbf{U} 本质相等。式(28)中 f_{jm} 和 f_{jn} 分别表示 \mathbf{F}_j 的第 m 和 n 个对角元素, 式(28)称为联合对角化的本质唯一条件。证明可参考文献[13]。

根据本质唯一条件, 在 \mathbf{F}_u 或 \mathbf{F}_v 的对角元素中, 只要至少存在一对不相等, 即 $f_{u,m} \neq f_{u,n}$ 或 $f_{v,m} \neq f_{v,n}$, $m \neq n$, 那么矩阵集合 $\{\mathbf{z}_u, \mathbf{z}_v\}$ 的任何一个联合对角化器与 \mathbf{U} 本质相等。其中 $f_{u,m}$ 和 $f_{v,m}$ 分别表示矩阵 \mathbf{F}_u 或 \mathbf{F}_v 的对角元素, 也即为空间相位因子, 定义为

$$f_{u,m} = z_{u,m} = e^{j2\pi D_x \hat{u}_k} \quad (29)$$

$$f_{v,m} = z_{v,m} = e^{j2\pi D_y \hat{v}_k} \quad (30)$$

应用基于 Jacobi 旋转的联合对角化方法求解 \mathbf{U} , 将 $K \times K$ 维矩阵组 $\{\mathbf{z}_u, \mathbf{z}_v\}$ 的联合对角化问题转化一系列 $K \times K$ 维 Jacobi 旋转问题, \mathbf{U} 最终可表示为一系列 Jacobi 旋转矩阵的乘积^[10,13]。

在得到联合对角化器 \mathbf{U} 之后, 根据式(25)的关系, 可给出方向矩阵 \mathbf{A} 的估计

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{W}^\dagger \mathbf{U} \quad (31)$$

由于在实际情况下, 式(11)~式(13)中给出的相关矩阵是通过有限的快拍估计得到的, 因此上述推导过程中的等式是近似成立的。最后可利用式(31)计算矩阵 \mathbf{A} 的估计 $\hat{\mathbf{A}}$, 然后根据其列矢量得到信号源的方位估计。注意到, 由式(22)可以知道, 式(31)给出的矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 的每一列与实际阵列方向矩阵 \mathbf{A} 的

每一列都相差一个复常数, 但是这并不会影响由矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 的列矢量确定信号源的二维参数。

4.3 DOA 估计

根据式(8)中方向矩阵 \mathbf{A} 列矢量的定义, 可以分别得到空间相位因子 $z_{u,m}$ 和 $z_{v,m}$ 的估计

$$\hat{z}_{u,k} = e^{j2\pi D_x \hat{u}_k} \quad (32)$$

$$= \frac{\sum_{m=1}^{M-2} \sum_{l=1}^{6(L-1)} \hat{a}_{6(L-1)(m-1)+l,k}}{\left| \sum_{m=1}^{M-2} \sum_{l=1}^{6(L-1)} \hat{a}_{6(L-1)(m-1)+l,k} \right|}$$

$$\hat{z}_{v,k} = e^{j2\pi D_y \hat{v}_k} \quad (33)$$

$$= \frac{\sum_{m=1}^{M-1} \sum_{l=1}^{L-2} \sum_{i=1}^6 \hat{a}_{6(L-1)(m-1)+6(l-1)+i,k}}{\left| \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{l=1}^{L-2} \sum_{i=1}^6 \hat{a}_{6(L-1)(m-1)+6(l-1)+i,k} \right|}$$

其中, $\hat{a}_{m,k} = \hat{\mathbf{A}}(m,k)$, 即表示方向矩阵 \mathbf{A} 的第 k 个列矢量的第 m 个元素。对矩阵集合 $\{\mathbf{z}_u, \mathbf{z}_v\}$ 进行联合对角化(可通过一系列 $K \times K$ 维 Jacobi 旋转), 而 \mathbf{U} 最终可表示为一系列 Jacobi 旋转矩阵的乘积, 最后由式(31)估计出了 $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{W}^\dagger \mathbf{U}$ 。

类似地, 由于 $D_x \approx l/2$, $D_y \approx l/2$, 且 $|u_k| = 1$, $|v_k| = 1$, 利用 $\hat{z}_{u,k}$ 和 $\hat{z}_{v,k}$ 可得到存在模糊的方向余弦 u_k 和 v_k 的估计, 即

$$\hat{u}_k(n_u) = m_k + \frac{n_u l}{D_x} \quad (34)$$

$$\hat{v}_k(n_v) = u_k + \frac{n_v l}{D_y} \quad (35)$$

其中, m_k 、 u_k 、 n_u 和 n_v 的定义分别与文献[4]给出的相同。

另外, 根据方向矩阵 \mathbf{A} 列矢量的定义, 可以得到矢量传感器阵元的导向矢量 $\mathbf{c}(j_k, q_k, g_k, h_k) = [c_{1,k}, \dots, c_{6,k}]^T$ 的估计

$$\hat{\mathbf{c}}_k = \frac{\sum_{m=1}^{M-1} \sum_{l=1}^{L-1} \mathbf{a}_{l,m,k} \hat{f}_{u,k}^{-(m-1)} \hat{f}_{v,k}^{-(l-1)}}{\left| \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{l=1}^{L-1} \mathbf{a}_{l,m,k} \hat{f}_{u,k}^{-(m-1)} \hat{f}_{v,k}^{-(l-1)} \right|} \quad (36)$$

其中, $\mathbf{a}_{l,m,k} = [\hat{a}_{d+1,k}, \hat{a}_{d+2,k}, \dots, \hat{a}_{d+6,k}]^T$, 且 $d = 6(M-1)(l-1) + 6(m-1)$ 。这样, 可以根据电场、磁场及信号 Poynting 矢量之间的叉乘关系, 可得到

$$\begin{bmatrix} \hat{u}_k^r \\ \hat{v}_k^r \\ \hat{w}_k^r \end{bmatrix} = \frac{\hat{\mathbf{c}}_k(1:3)}{\|\hat{\mathbf{c}}_k(1:3)\|} \times \frac{\hat{\mathbf{c}}_k^*(4:6)}{\|\hat{\mathbf{c}}_k(4:6)\|} \quad (37)$$

与 $\hat{u}_k(n_u)$ 和 $\hat{v}_k(n_v)$ 相比, \hat{u}_k^r 和 \hat{v}_k^r 的推导不依赖阵元间隔 Δ_x 和 Δ_y , 因此是无模糊的, 可作为参考估计, 对 $\hat{u}_k(n_u)$ 和 $\hat{v}_k(n_v)$ 实现去模糊处理, 从而计算出信号源的 DOA 估计。

从上述推导可以看出, 能够有效克服现有算法中由于矩阵束出现相同特征值而导致估计性能下降的问题, 同时也实现了参数估计值的自动配对。

5 计算机仿真与性能分析

本节通过 MATLAB 仿真实验来验证提出算法的估计性能, 并与基于 DOA 矩阵法^[7,8]的孔径扩展算法(EA-matrix)和基于 ESPRIT 的孔径扩展算法(EA-ESPRIT)^[4]进行比较。在图 1 所示的阵列结构中, 设阵元间隔满足 $D_x = D_y = D$, 并设快拍数 $N=200$ 。每个仿真结果均通过 500 次 Monte Carlo 独立实验得到。

实验 1 在 x 轴方向上存在相同的空间相位因子时, 算法的估计性能

假设采用的阵列包含 $L=4$ 行 $M=4$ 列, 共 15 个电磁矢量阵元, 存在 2 个不相关窄带信号源, 它们的参数如下。

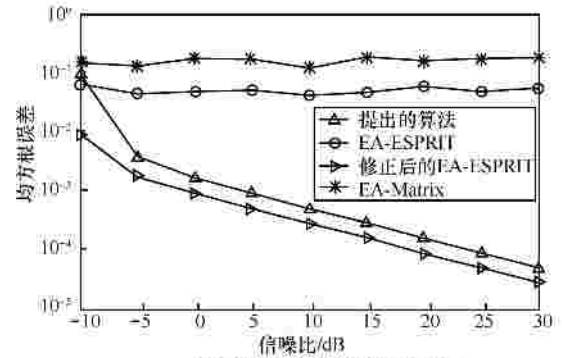
信号 1 $u_1=0.2826, v_1=0.4698, g_1 = 45^\circ, h_1 = -90^\circ$;

信号 2 $u_2=0.7826, v_2=0.3943, g_2 = 45^\circ, h_2 = 90^\circ$ 。

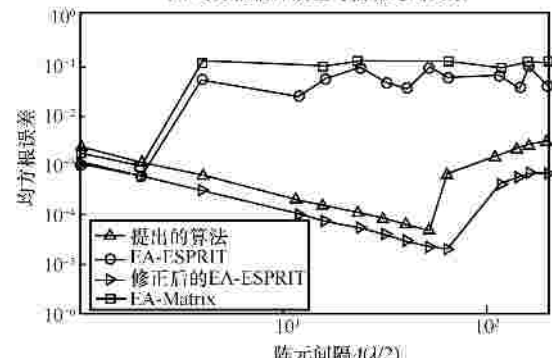
显然, 当阵元间隔 $D = nl \lambda / (u_1 - u_2) = 2nl \lambda$ (n 为任意整数), 有 $z_{u,1} = z_{u,2}$, 即 x 轴方向上存在空间相位因子相位缠绕现象, 此时对角矩阵 F_u 有相同的对角元素。图 2(a)给出了信号 1 方向余弦的均方根估计误差(RMSE)与信噪比(SNR)的关系, 设 $\Delta = 8 \times \lambda / 2$; 而图 2(b)给出 RMSE 与阵元间隔 Δ 的关系, 并设 $SNR=15\text{dB}$ 。在 y 轴方向上存在相同的空间相位因子时, 算法的估计性能类似, 在此不单独列举。本实验保证了式(7)中的矩阵 A 是满秩的, 尽管 $z_{u,1} = z_{u,2}$ (即空间相位因子), 但由于信号的极化角度不同, 故导向矢量 $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ 是相互独立的, 即 A 是列满秩的。

从实验 1 的结果可以看出, 提出的算法有良好的 DOA 估计性能, 而 EA-Matrix 算法无法给出有效的 DOA 估计。EA-ESPRIT 算法需要同时利用 2 个正交方向矩阵束的特征矢量来计算参考估计, 并用它们进行估计值的配对和去模糊处理, 因此当任意一个方向轴的矩阵束存在相同的特征值时, 相应

的特征矢量无法用来进行参数配对和去模糊处理, 从而也无法给出有效的 DOA 估计。通过对 EA-ESPRIT 进行修正, 若已知一个方向的矩阵束存在相同的特征值时, 那么可以仅仅利用另一个方向矩阵束的特征矢量来计算参考估计, 从而仍能给出有效的 DOA 估计。



(a) 均方根估计误差与信噪比的关系



(b) 均方根估计误差与阵元间隔 Δ 的关系

图 2 在 x 轴方向上存在相同的空间相位因子时, 算法的估计性能比较

尽管图 2 显示修正后的 EA-ESPRIT 算法比提出的算法有更低的估计误差, 但它的缺点是必须先验已知哪个方向轴的矩阵束存在相同的特征值。然而, 在实际情况下并不知道这些信息。另外, 当 2 个正交方向的矩阵束均存在相同的特征值时, 修正的 EA-ESPRIT 算法也无法给出有效的 DOA 估计, 但对于提出的算法仍有很好的估计性能。为了验证这一点, 给出实验 2。

实验 2 在 x 轴和 y 轴方向上同时存在相同的空间相位因子时, 算法的估计性能

假设有 3 个不相关窄带信号源, 它们的参数如下。

信号 1 : $u_1=0.76, v_1=0.25, g_1 = 45^\circ, h_1 = -90^\circ$;

信号 2 : $u_2=0.50, v_2=0.75, g_2 = 45^\circ, h_2 = 90^\circ$;

信号 3 : $u_3=0.26, v_3=0.36, g_3 = 60^\circ, h_2 = 30^\circ$ 。

可以看出, 当阵元间隔 $D = 2nl \lambda$ (n 为任意整数),

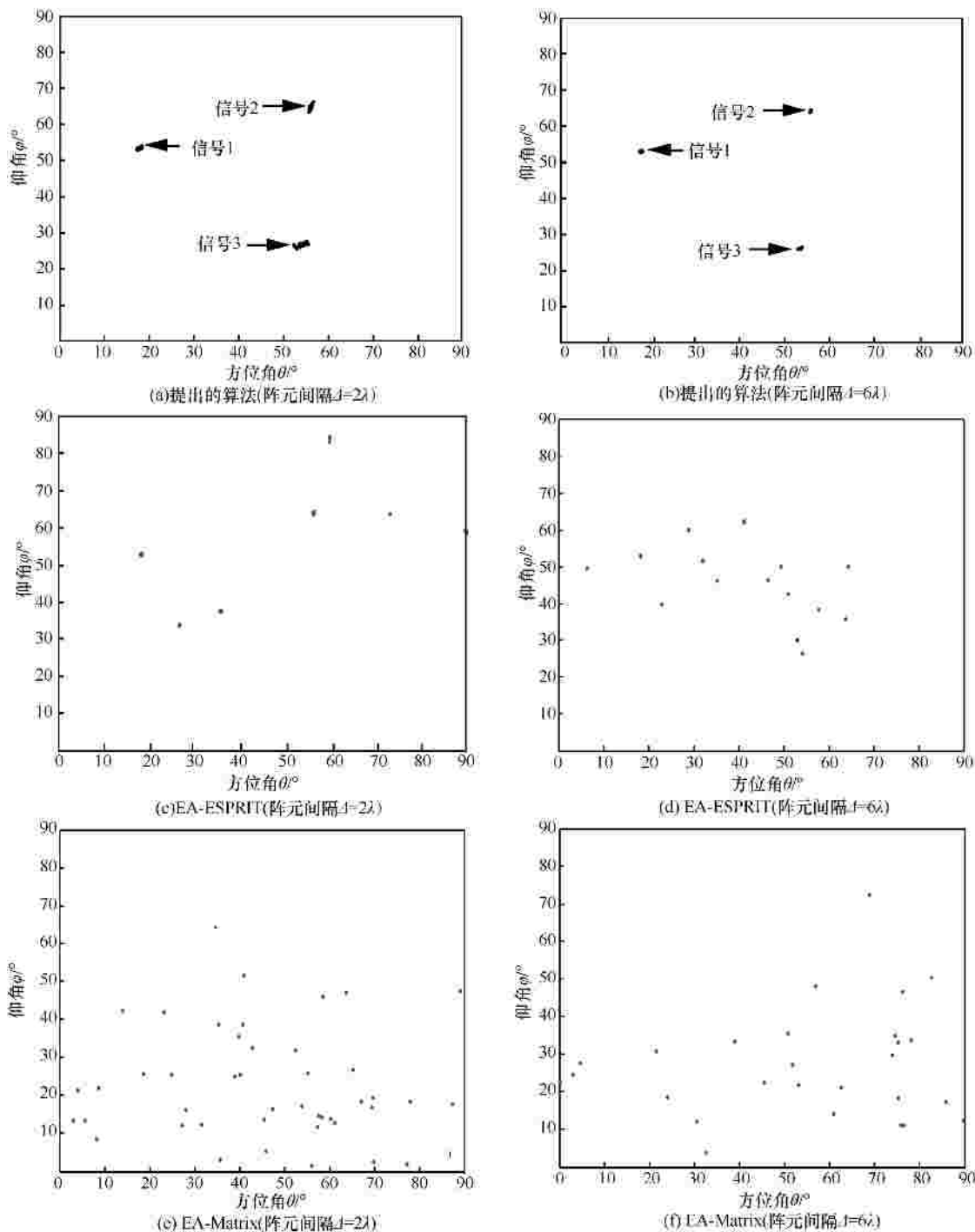


图 3 在 x 轴和 y 轴方向上同时存在相同的空间相位因子时, 算法的估计性能比较

有 $z_{u,1} = z_{u,3}$ 且 $z_{v,1} = z_{v,2}$, 因此在 x 轴和 y 轴方向上同时存在空间相位因子的相位缠绕现象。图 3 是经过 500 次独立 Monte-Carlo 实验, 得到的 3 种算法的 DOA 估计, 并设 $SNR=5\text{dB}$ 。图 3 中给出的实验结果验证了 EA-ESPRIT 和 EA-Matrix 算法都无法实现信号源的 DOA 估计, 而提出的算法仍有良好的 DOA 估计性能。

6 结束语

本文在 DOA 矩阵法的基础上采用了联合对角化技术实现了 2D DOA 估计。首先分析了 DOA 矩阵法。但该方法当 x 或 y 轴方向出现相同的空间相位因子时, DOA 矩阵法无法进行信号的 DOA 估计。因此, 分别从白化降维处理、联合对角化以及 2D

DOA估计3方面实现联合对角化的2D DOA估计。该方法不但能够实现估计值的自动配对，而且能够更有效地克服现有算法中由于出现相同空间相位因子而导致估计性能下降等问题。仿真结果表明该方法是行之有效的。

参考文献：

- [1] NEHORAI A, PALDI E. Vector-sensor array processing for electromagnetic source localization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(2):376-398.
- [2] WONG K T, ZOLTOWSKI M D, Uni-vector-sensor ESPRIT for multisource azimuth, elevation, and polarization estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1997, 45(10):1467-1474.
- [3] ZOLTOWSKI M D, WONG K T. Closed-form eigenstructure-based direction finding using arbitrary but identical subarrays on a sparse uniform cartesian array grid[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(8):2205-2210.
- [4] ZOLTOWSKI M D, WONG K T. ESPRIT-based 2-D direction finding with a sparse uniform array of electromagnetic vector sensors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(8):2195-2204.
- [5] ZOLTOWSKI M D, WONG K T. Closed-form eigenstructure-based direction finding using arbitrary but identical subarrays on a sparse uniform Cartesian array grid[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2000, 48(8):2205-2210.
- [6] WONG K T, ZOLTOWSKI M D. Closed-form direction finding and polarization estimation with arbitrarily spaced electromagnetic vector-sensors at unknown locations[J]. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, 2000, 48(5):671-681.
- [7] TODROS K, TABRIKIAN J. QML-based joint diagonalization of positive-definite hermitian matrices[J]. IEEE Trans Signal Process, 2010, 58(9):4656-4673.
- [8] 金梁, 殷勤业. 时空 DOA 矩阵方法[J]. 电子学报, 2000, 28(6):8-12.
JIN L, YIN Q Y. Space-time DOA matrix method[J]. Chinese Journal of Electronics, 2000, 28(6):8-12.
- [9] 季飞, 余华等. 基于 DOA 矩阵法的矢量传感器阵列二维波达方向估计[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(8):1886-1889.
JI F, YU H, *et al.* A DOA matrix algorithm for 2-D direction finding estimation with electromagnetic vector sensor arrays[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(8):1886-1889.
- [10] 张贤达. 矩阵分析及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
ZHANG X D. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.
- [11] 夏铁骑, 万群等. 冲击噪声环境中的联合对角化波达方向矩阵法[J]. 电波科学学报, 2008, 23(3): 460-465.
XIA T Q, WAN Q, *et al.* Joint diagonalization DOA matrix method in impulsive noise environments[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2008, 23(3):460-465.
- [12] IFERROUDJENE R, ABED-MERAIM K, BELOUCHRANI A. Joint diagonalization of non defective matrices using generalized Jacobi rotations[A]. The 10th International Conference on Information Science, Signal Processing and their Applications (ISSPA 2010)[C]. 2010. 345-348.
- [13] BELOUCHRANI A, ABED-MERAIM K, CARDOSO J F, *et al.* A blind source separation technique using secondorder statistics[J]. IEEE Trans Signal Process, 1997, 2(45):434-444.
- [14] ZHANG W T, LOU S T. Iterative algorithm for joint zero diagonalization with application in blind source separation[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(7):1107-1118.
- [15] XU X F, FENG D Z, ZHENG W X. A fast algorithm for nonunitary joint diagonalization and its application to blind source separation[J]. IEEE Trans Signal Process, 2011, 59(7):3457-3463.
- [16] 胡学龙, 郭振民. 信号频率—方向联合估计中的双旋转子空间法[J]. 扬州大学学报(自然科学版), 2004, 7(3):55-58.
HU X L, GUO Z M. Bi-rotation signal subspace approach to joint estimation for signal frequencies and directions of arrival[J]. Journal of Yangzhou University(Natural Science Edition), 2004, 7(3):55-58.
- [17] ZHANG W T, LOU S T. A low complexity iterative algorithm for joint zero diagonalization[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19(2): 115-118.

作者简介：



张海强(1977-),男,河南安阳人,南京理工大学博士生,扬州大学讲师,主要研究方向为阵列信号处理等。



苏卫民(1959-),男,江苏启东人,博士,南京理工大学教授、博士生导师,主要研究方向为阵列信号处理和雷达成像等。



顾红(1967-),男,江苏启东人,博士,南京理工大学教授、博士生导师,主要研究方向为噪声雷达、MIMO 雷达信号处理、目标识别等。



胡学龙(1960-),男,江苏泰州人,硕士,扬州大学教授,扬州大学信息中心主任,主要研究方向为通信信号处理、图像处理与多媒体技术等。